

DETEKSI KERUSAKAN PADA STRUKTUR JEMBATAN INTEGRAL BETON BERTULANG DENGAN MENGGUNAKAN MODE SHAPE DATA BASE INDICATOR (MSDBI)

Ence Selamat Elsupandi ^{1*} dan Dina Rubiana Widarda²

^{1*} Program Studi Magister Teknik Sipil, Universitas Katolik Parahyangan, Jl. Ciumbuleuit 94 Bandung
e-mail: 8102001002@student.unpar.ac.id

² Jurusan Teknik Sipil, Universitas Katolik Parahyangan, Jl. Ciumbuleuit 94 Bandung
e-mail: dinarw@unpar.ac.id

Abstrak: Deteksi kerusakan struktural penting dilakukan untuk mencegah terjadinya kegagalan struktur dan menambah usia layan bangunan. Salah satu metode untuk mendeteksi kerusakan struktur adalah melalui analisis dinamik, di mana perubahan respons dinamik mengindikasikan perubahan kondisi struktur. Dalam penelitian ini dilakukan pendekteksian lokasi kerusakan pada jembatan integral beton bertulang menggunakan metode Mode Shape Data Base Indicator (MSDBI). Untuk melengkapi penelitian, dilakukan juga penilaian jembatan pada studi kasus menggunakan pedoman Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Cara Uji Getar. Penerapan metode MSDBI pada struktur jembatan integral beton bertulang merupakan tantangan dalam penelitian ini jika dibandingkan dengan penelitian sebelumnya, yaitu penerapannya pada struktur balok dengan tumpuan sederhana. Penelitian dilakukan dengan pemodelan elemen hingga menggunakan software *MIDAS CIVIL* sebagai analisis struktur. Studi kasus mengambil jembatan integral eksisting dengan panjang 20 m yang terbuat dari beton bertulang. Kerusakan dimodelkan dengan mengurangi tinggi penampang dan memvariasikan lebar retak girder sebesar 10 cm, 20 cm dan 30 cm. Peninjauan lokasi kerusakan dilakukan pada bagian ujung dan tengah bentang jembatan di mana simulasi kerusakan menggambarkan terjadinya retakan pada girder dan kerusakan akibat keropos beton pada pelat. Penilaian kondisi jembatan berdasarkan Pedoman Penilaian Kondisi Jembatan menunjukkan nilai kerusakan struktural relatif di bawah 5% yang digolongkan dalam kondisi Utuh, sementara itu terdeteksi kerusakan yang ditunjukkan oleh nilai indeks MSDBI pada lokasi kerusakan. Terlihat pula bahwa indeks MSDBI sensitif terhadap tinggi penampang elemen dan meshing elemen pada pemodelan. Indeks MSDBI yang dominan terlihat pada ragam getar arah memanjang jembatan.

Kata kunci: msdbi, deteksi kerusakan, jembatan, dinamika struktur

Abstract: Structural damage detection is important because it gives alert to structure sudden failure and furthermore structure can increase its service life. One method for detecting structural damage is dynamic analysis, where changes in dynamic response indicate changes in structural conditions. This paper studies the implementation of Mode Shape Data Base Indicator (MSDBI) as one damage detection method on reinforced concrete integral bridge. For completeness, the bridge actual condition is also assessed according to Bridge upper structure assessment using vibration test guidelines issued by Ministry of public works. The implementation of MSDBI on integral bridge is a new aspect that is different from previous study that implement the method on simply supported beam. The research was carried out by finite element modeling using *MIDAS CIVIL* for structural analysis software. The case study takes existing integral bridge with a length of 20 m. The damage is modeled as reduction of cross-sectional height and variations of crack widths that are 10 cm, 20 cm, and 30 cm, located at the end and middle span of the bridge. The damage model simulates the occurrence of cracks in the girders and damage due to porous concrete on the slab. Evaluation on bridge in the case study gives relative structural damage values below 5% that means the structure is intact or in very good condition due to the Guidelines. On the other hand, the MSDBI index indicates damage in some suspected locations. It also found that modeling smaller elements results in more accurate damage location.

Keyword: msdbi, damage detection, bridge, structural dynamics

PENDAHULUAN

Jembatan yang sudah menua (*ageing bridge*) dan kenaikan beban lalu lintas akan mempengaruhi kapasitas struktur dan respons dinamik jembatan (S. J. Akbar, Dkk., 2020). Akumulasi kerusakan struktur akan menyebabkan perubahan karakteristik atau respons dinamik struktur (Rytter, 1993) dengan demikian peninjauan kerusakan struktur jembatan dapat diidentifikasi dengan cara membandingkan respons dinamik teoritis dengan respons dinamik aktual. Peninjauan jenis kerusakan yang umum terjadi pada struktur jembatan integral yaitu beton keropos (*honeycombing*) dan retak elemen struktur. Kedua jenis kerusakan tersebut menjadi indikasi kerusakan struktur pada studi kasus.

O. Yazdanpanah, dkk. (2015) memperkenalkan metode *Mode Shape Data Base*

Indicator (MSDBI) dimana hasil penelitian menunjukkan adanya sensitivitas dari hasil indeks terhadap penurunan dimensi penampang pada balok sehingga kenaikan nilai indeks terhadap lokasi kerusakan pada elemen balok menunjukan hasil yang akurat. Dengan melihat jenis kerusakan yang berpengaruh terhadap dimensi elemen struktur maka metode MSDBI dapat diterapkan. Penerapan metode MSDBI pada struktur jembatan integral beton bertulang merupakan tantangan dalam penelitian ini karena berbeda dengan objek uji dalam penelitian sebelumnya.. Identifikasi kerusakan secara global jembatan digunakan pedoman penilaian kondisi bangunan atas jembatan dengan cara uji getar untuk jenis kerusakan tersebut.

METODE DETEKSI KERUSAKAN

Metode Mode Shape Data Base Indicator (MSDBI)

Persamaan deteksi lokasi kerusakan MSDBI yaitu:

$$MSDBI_q = \frac{\sum_{i=1}^{nm} \left[\left| \Phi''_{d(q,i)} - \Phi''_{h(q,i)} \right| \times (\Phi_{d(q,i)})^2 \right] - \left[\left(\left| \Phi'_{d(q,i)} \right| - \left| \Phi'_{h(q,i)} \right| \right)^2 \times \Phi_{h(q,i)} \right]}{nm} \quad (1)$$

Nilai MSDBI pada persamaan (1) mewakili sampel populasi, untuk mewakili distribusi normal nilai MSDBI dinormalkan dapat dilihat pada persamaan (4). Pembagian elemen dan evaluasi titik nodal dilakukan dengan metode elemen hingga (*Finite Element method*) dengan bantuan program *Midas Civil*. Di mana koordinat titik nodal $q = 1, 2, 3, \dots, n+1$ dan $i =$ ragam getar (*mode shape*).

Mode shape slope (turunan pertama) dan *mode shape curvature* (turunan ke-dua) didapatkan dengan *central finite difference approximation* dilihat pada persamaan (2) dan (3).

$$\Phi'_{q,i} = \frac{\Phi_{q+1,i} - \Phi_{q-1,i}}{2l_e} \quad (2)$$

$$\Phi''_{q,i} = \frac{\Phi_{q-1,i} - 2\Phi_{q,i} + \Phi_{q+1,i}}{l_e^2} \quad (3)$$

dimana proses tersebut dilakukan untuk elemen bagian yang sehat (h) dan rusak (d). Nilai l_e adalah jarak antar titik nodal

$$= \max \left[0, \left(\frac{nMSDBI_q - \text{mean}(MSDBI)}{\text{std}(MSDBI)} \right) \right] \quad (4)$$

Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Cara Uji Getar

Penilaian kondisi struktur jembatan dapat dilihat pada pedoman yang dikeluarkan oleh Lembaga Pusat Penelitian Jalan dan Jembatan (2002) yaitu

Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Cara Uji Getar. Kondisi dan jenis kerusakan yang terjadi pada suatu jembatan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Penilaian Kondisi Bangunan Atas Jembatan

Nilai Kondisi	Jenis Kerusakan	Nilai Kerusakan Relatif D_{rel}	Nilai Penurunan Kapasitas D_{cap}
Baik	Utuh	0% - 5%	0% - 10%
Cukup	Rusak ringan (non struktural)	6% - 10%	11% - 20%
Sedang	Rusak ringan (struktural)	11% - 17%	21% - 34%

STUDI KASUS

Untuk studi kasus digunakan Jembatan Integral Beton Bertulang Sinapeul dengan data terlihat pada Gambar 1 (a). Pemodelan jembatan menggunakan *Midas Civil*, seperti dapat dilihat

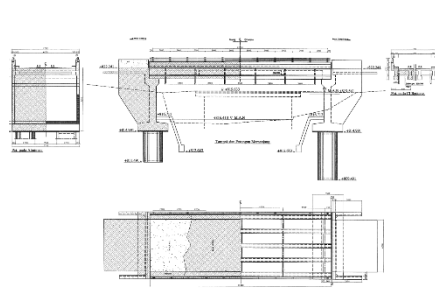
Buruk	Rusak berat (struktural)	18% - 20%	35% - 40%
--------------	--------------------------	-----------	-----------

Nilai kerusakan relatif didapatkan dengan menggunakan persamaan (5).

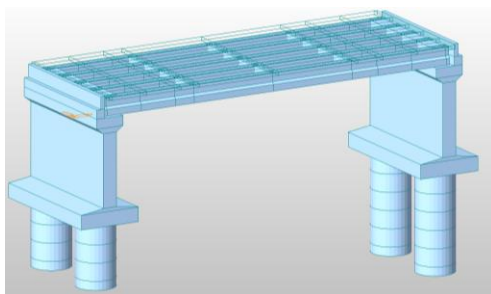
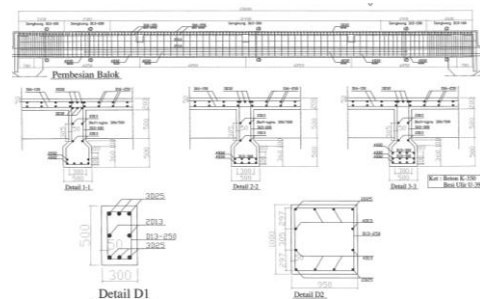
$$D_{relatif} = \frac{(f_{teoritis} - f_{aktual})}{f_{teoritis}} \times 100\% \quad (5)$$

Dengan melihat nilai $D_{relatif}$ menunjukan bahwa respons dinamik struktur jembatan berkaitan erat dengan kondisi kerusakan struktural. Dimana f_{aktual} = frekuensi alami aktual dan $f_{teoritis}$ = frekuensi alami teoritis.

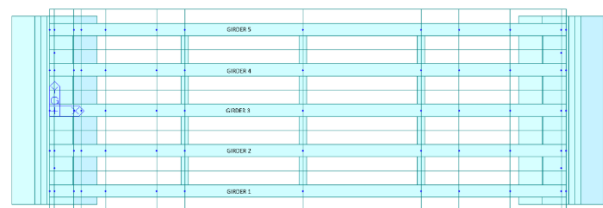
pada Gambar 1 (b), di mana output ragam getar menjadi parameter dinamik teoritis (kondisi sehat).



(a) Data Struktur Jembatan Sinapeul



(b) Model 3D Jembatan



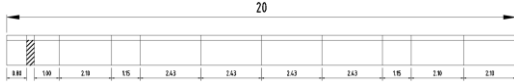
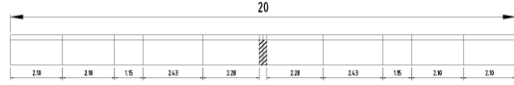
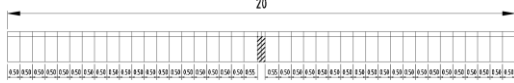
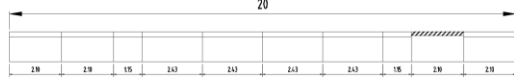
(c) Penomoran Girder Jembatan

Gambar 1. Pemodelan Struktur Jembatan

Simulasi kerusakan terjadinya retak pada girder dengan cara mengurangi tinggi penampang girder sebesar selimut beton yaitu 100 mm dan lebar retak divariasikan sebesar 10 cm, 20 cm dan 30 cm. Selanjutnya kerusakan *honeycombing* terjadi pada

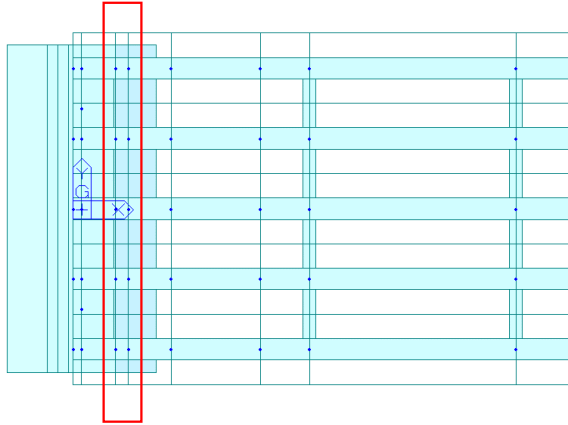
pelat lantai jembatan dengan cara mengurangi selimut beton pelat lantai sebesar 50 mm. Tabel 2 menjelaskan tipe lokasi kerusakan yang dilakukan pada penelitian ini. Pengamatan dilakukan pada mode 1, 2 dan 3.

Tabel 2. Tipe Simulasi Kerusakan

Simulasi Kerusakan	Lokasi Kerusakan	Panjang Element Girder
1	Terjadi pada ujung girder 1 s/d 5 bagian kiri.	
2	Terjadi pada ujung girder 1 dan 2 bagian kiri dan girder 3 s/d 5 dalam kondisi sehat.	
3	Terjadi pada girder 1 dan 2 bagian tengah dan girder 3 s/d 5 dalam kondisi sehat.	
3A	Terjadi pada girder 1 dan 2 bagian tengah dan girder 3 s/d 5 dalam kondisi sehat.	
4	Kerusakan dilakukan pada pelat. lokasi kerusakan terjadi pada ujung girder 1 bagian kanan, ujung girder 2 bagian kiri dan girder 4 bagian tengah. Girder 3 dan 5 dalam kondisi sehat.	

Simulasi Kerusakan 1

Simulasi kerusakan 1 memodelkan terjadinya kerusakan pada ujung girder 1 s/d 5 bagian kiri seperti ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Tampak Atas Jembatan Dengan Lokasi Simulasi Kerusakan 1

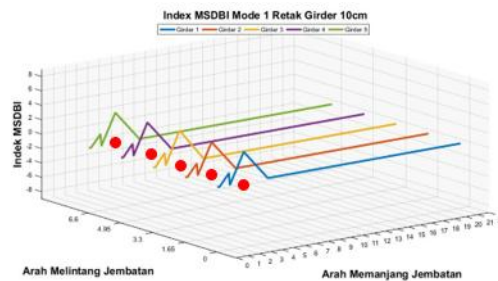
Deteksi kerusakan secara global struktur jembatan, mengacu pada Pedoman Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Uji Getar (persamaan (5)), untuk simulasi kerusakan 1 ditunjukkan pada Tabel 3. Terdapat penurunan frekuensi akibat simulasi kerusakan (F_{aktual}) dibandingkan dengan struktur sehat

(F_{teoritis}). Nilai kerusakan relatif terbesar terjadi pada lebar retak 30 cm, mode ke-2 dengan nilai 0.228 %. Merujuk pada pedoman tersebut (Tabel 1), maka struktur digolongkan dalam kondisi Utuh.

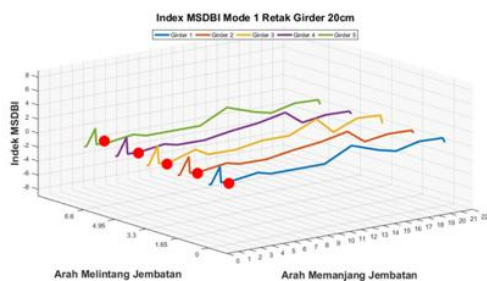
Tabel 3. Penilaian Kondisi Bangunan Atas Jembatan

Mode no	F_{teoritis}	F_{aktual}	D_{relatif}	Jenis Kerusakan
	Hertz	Hertz	%	
1	4.776	4.770	0.129	Utuh
2	7.416	7.399	0.228	Utuh
3	7.626	7.624	0.019	Utuh

Analisis MSDBI untuk simulasi 1 dengan model lebar retak 10 cm, 20 cm dan 30 cm ditunjukkan pada Gambar 3a, 3b dan 3c secara berurutan. Terlihat pada plot indeks MSDBI (Gambar 3), terjadi lonjakan signifikan nilai indeks pada lokasi kerusakan yang ditunjukkan dengan titik merah pada gambar.



(a) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 10 cm



(b) Indeks MSDBI dengan Lebar retak 20 cm

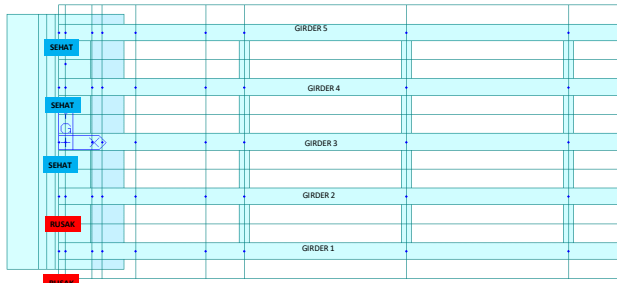


(c) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 30 cm

Gambar 3. Grafik Indeks MSDBI Mode 1 Simulasi Kerusakan 1

Simulasi Kerusakan 2

Simulasi kerusakan 2 memodelkan terjadi pada ujung girder 1 dan 2 bagian kiri dan girder 3 s/d 5 dalam kondisi sehat seperti ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Tampak Atas Jembatan Dengan Lokasi Simulasi Kerusakan 2

Deteksi kerusakan secara global struktur jembatan, mengacu pada Pedoman Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Uji Getar (persamaan (5)), untuk simulasi kerusakan 2 ditunjukkan pada

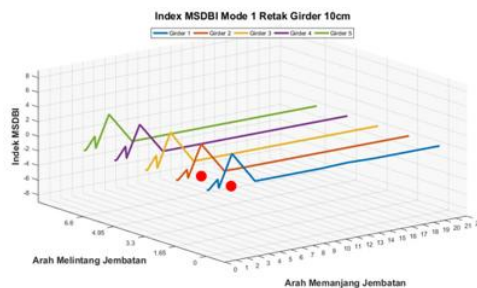
Tabel 4. Terdapat penurunan frekuensi akibat simulasi kerusakan (F_{aktual}) dibandingkan dengan

struktur sehat (F_{teoritis}). Nilai kerusakan relatif terbesar terjadi pada lebar retak 30 cm, mode ke-2 dengan nilai 0.08789 %. Merujuk pada pedoman tersebut (Tabel 1), maka struktur digolongkan dalam kondisi Utuh.

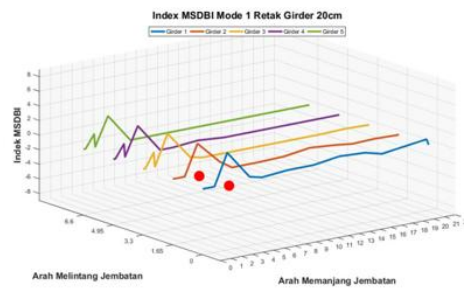
Tabel 4. Penilaian Kondisi Bangunan Atas Jembatan

Mode no	F_{teoritis}	F_{aktual}	D_{relatif}	Jenis Kerusakan
	Hertz	Hertz	%	
1	4.776	4.774	0.050	Utuh
2	7.416	7.410	0.088	Utuh
3	7.626	7.625	0.007	Utuh

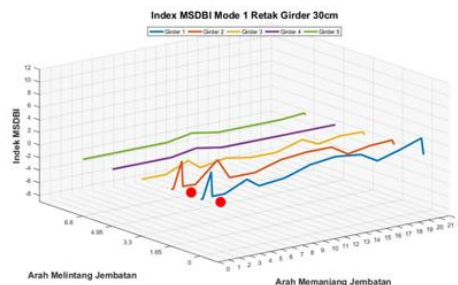
Analisis MSDBI untuk simulasi 2 mode 1 dengan model lebar retak 10 cm, 20 cm dan 30 cm ditunjukkan pada Gambar 5a, 5b dan 5c secara berurutan. Terlihat pada plot indeks MSDBI (Gambar 5), terjadi lonjakan signifikan nilai indeks pada lokasi kerusakan yang ditunjukkan dengan titik merah pada gambar.



(a) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 10 cm



(b) Indeks MSDBI dengan Lebar retak 20 cm

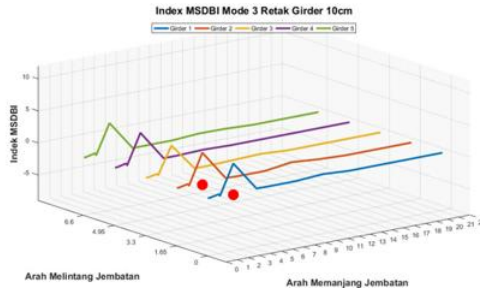


(c) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 30 cm

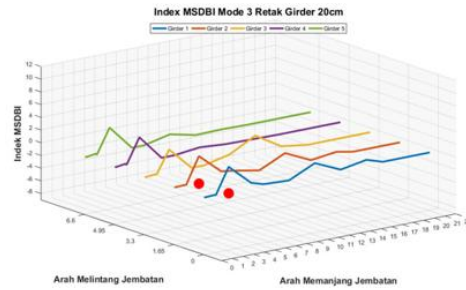
Gambar 5. Grafik Indeks MSDBI Mode 1 Simulasi Kerusakan 2

Analisis MSDBI untuk simulasi 2 mode 3 dengan model lebar retak 10 cm, 20 cm dan 30 cm ditunjukkan pada Gambar 6a, 6b dan 6c secara berurutan. Terlihat pada plot indeks MSDBI

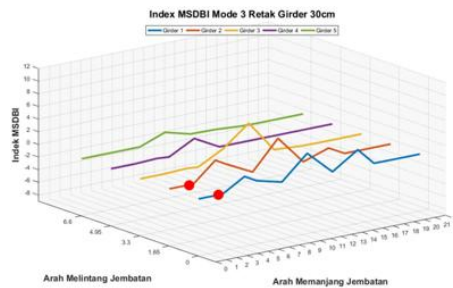
(Gambar 6), terjadi lonjakan signifikan nilai indeks pada lokasi kerusakan yang ditunjukkan dengan titik merah pada gambar.



(a) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 10 cm



(b) Indeks MSDBI dengan Lebar retak 20 cm

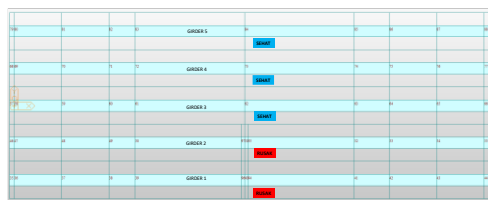


(c) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 30 cm

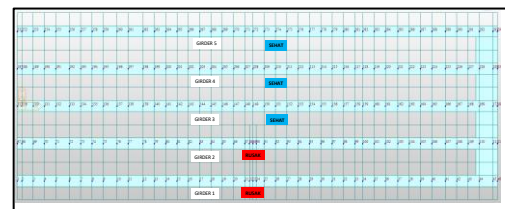
Gambar 6 Grafik Indeks MSDBI Mode 3 Simulasi Kerusakan 2

Simulasi Kerusakan 3 dan 3A

Simulasi kerusakan 3 jarak antar elemen mengikuti gambar kerja terlihat pada **Gambar 7a** dan simulasi 3A dilakukan pembagian elemen seragam dengan jarak antar titik nodal sebesar 500 mm. Simulasi kerusakan 3 dan 3A memodelkan terjadi pada girder 1 dan 2 bagian tengah bentang dan girder 3 s/d 5 dalam kondisi sehat seperti ditunjukkan pada **Gambar 7**.



(a) Jarak antar titik nodal sesuai gambar kerja



(b) Pembagian elemen seragam

Gambar 7. Tampak Atas Jembatan Dengan Lokasi Kerusakan

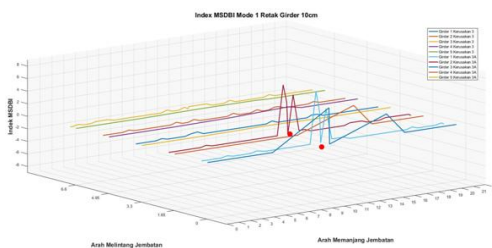
Deteksi kerusakan secara global struktur jembatan, mengacu pada Pedoman Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Uji Getar (persamaan (5)), untuk simulasi kerusakan 3 dan 3A ditunjukkan pada Tabel 5. Terdapat penurunan frekuensi akibat simulasi

kerusakan (F_{aktual}) dibandingkan dengan struktur sehat (F_{teoritis}). Nilai kerusakan relatif terbesar terjadi pada lebar retak 30 cm, mode ke-3 dengan nilai 0.068 %. Merujuk pada pedoman tersebut (Tabel 1), maka struktur digolongkan dalam kondisi Utuh.

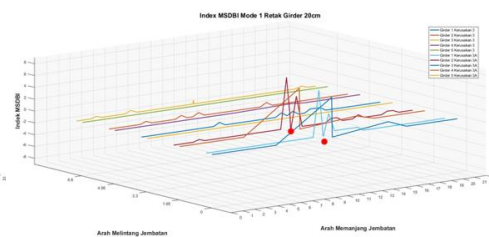
Tabel 5. Penilaian Kondisi Bangunan Atas Jembatan

Mode No.	F_{teoritis}	F_{faktual}	D_{relatif}	Jenis Kerusakan
	cycle/sec	cycle/sec	%	
1	4.776	4.776	0.010	Utuh
2	7.415	7.413	0.025	Utuh
3	7.624	7.629	0.068	Utuh

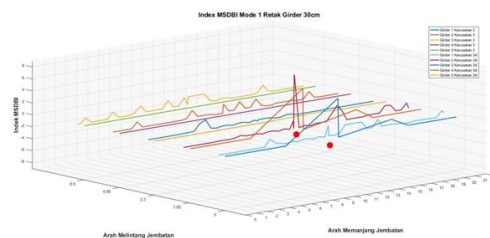
Analisis MSDBI untuk simulasi 3 dan 3A mode 1, 2 dan 3 dengan model lebar retak 10 cm, 20 cm dan 30 cm ditunjukkan pada Gambar 8, Gambar 9 dan Gambar 10. Terlihat pada plot indeks MSDBI untuk simulasi 3 dan 3A, terjadi lonjakan signifikan nilai indeks pada lokasi kerusakan yang ditunjukkan dengan titik merah pada gambar. Untuk simulasi 3A dengan jarak elemen lebih kecil dapat meningkatkan akurasi nilai indeks MSDBI hal tersebut ditunjukkan pada kenaikan awal nilai indeks MSDBI terletak dekat pada lokasi kerusakan.



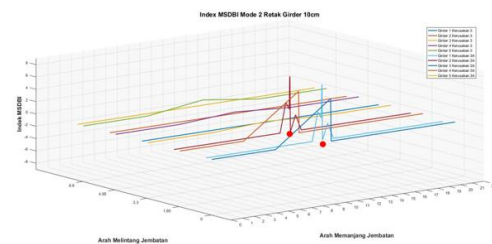
(a) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 10 cm



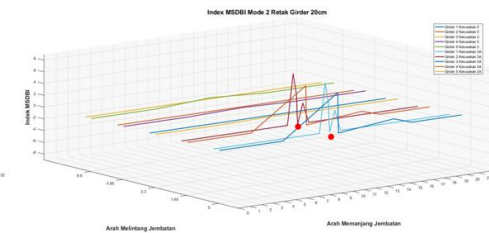
(b) Indeks MSDBI dengan Lebar retak 20 cm



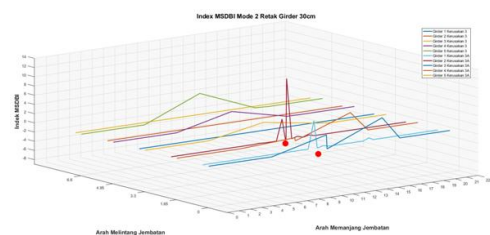
(c) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 30 cm

Gambar 8. Grafik Indeks MSDBI Mode 1 Simulasi Kerusakan 3 dan 3A

(a) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 10 cm

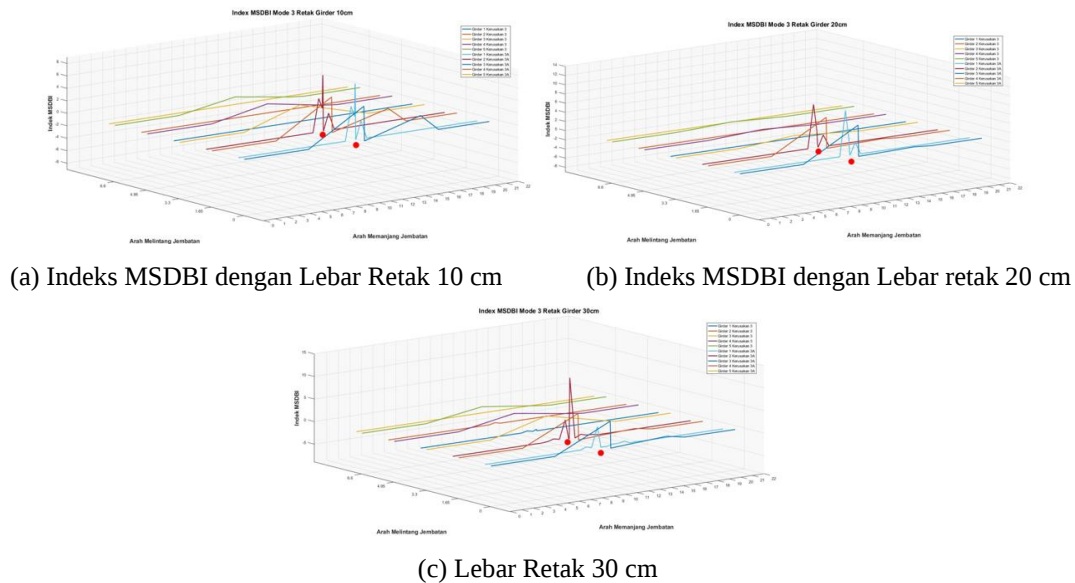


(b) Indeks MSDBI dengan Lebar retak 20 cm



(c) Indeks MSDBI dengan Lebar Retak 30 cm

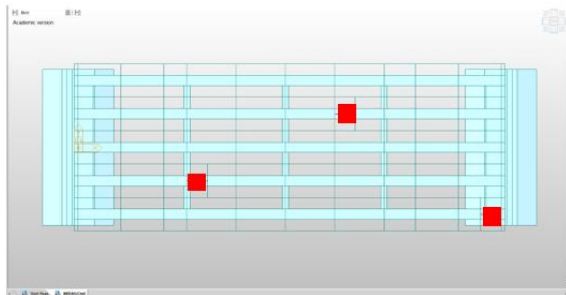
Gambar 9. Grafik Indeks MSDBI Mode 2 Simulasi Kerusakan 3 dan 3A



Gambar 10. Grafik Indeks MSDBI Mode 3 Simulasi Kerusakan 3 dan 3A

Simulasi Kerusakan 4

Simulasi kerusakan 4 memodelkan terjadi pada pelat lantai ujung girder 1 bagian kanan, ujung girder 2 bagian kiri dan girder 4 bagian tengah. Girder 3 dan 5 dalam kondisi sehat seperti ditunjukkan pada Gambar 11.



Gambar 11. Tampak Atas Jembatan Dengan Lokasi Simulasi Kerusakan 4

Deteksi kerusakan secara global struktur jembatan, mengacu pada Pedoman Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Uji Getar (persamaan (5)), untuk simulasi kerusakan 4 ditunjukkan pada .

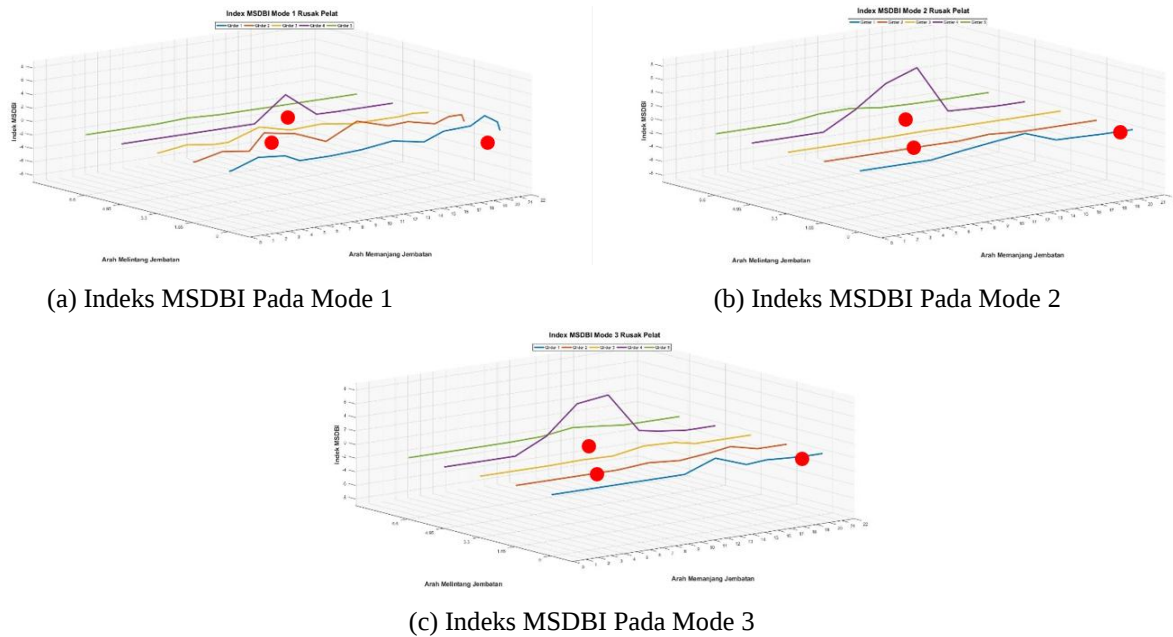
Tabel 6. Terdapat penurunan frekuensi akibat simulasi kerusakan (F_{aktual}) dibandingkan dengan struktur sehat (F_{teoritis}). Nilai kerusakan relatif terbesar terjadi pada mode ke-3 dengan nilai 0.231 %. Merujuk pada pedoman tersebut (Tabel

1), maka struktur digolongkan dalam kondisi Utuh.

Tabel 6 Penilaian Kondisi Bangunan Atas Jembatan

sMode no	F_{teoritis}	F_{aktual}	D_{rel} atif	Jenis Kerusakan
	cycle/ sec	cycle/ sec	%	
1	4.776	4.777	0.0 11	Utuh
2	7.416	7.410	0.0 75	Utuh
3	7.626	7.608	0.2 31	Utuh

Analisis MSDBI untuk simulasi 4 dengan model keropos beton 50 mm ditunjukkan pada Gambar 12a, 12b dan 12c secara berurutan. Terlihat pada plot indeks MSDBI (Gambar 12), terjadi lonjakan signifikan nilai indeks pada lokasi kerusakan yang ditunjukkan dengan titik merah pada gambar.



Gambar 12. Grafik Indeks MSDBI Pada Simulasi Kerusakan 4

KESIMPULAN

Dari analisis dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Hasil penilaian secara global berdasarkan Pedoman Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Uji Getar, kerusakan struktural relatif bernilai di bawah 5% yang digolongkan struktur dalam kondisi Utuh. Hal tersebut dapat dilakukan untuk pengukuran cepat dengan ragam getar global dari struktur jembatan.
2. Analisis menggunakan indeks MSDBI dapat diterapkan untuk mendeteksi dan memperkirakan lokasi kerusakan pada struktur jembatan integral.
3. Kerusakan lokal elemen struktur dengan mengurangi tinggi penampang dan variasi lebar retak elemen mempengaruhi sensitivitas nilai indeks MSDBI.
4. Pemodelan menggunakan elemen lebih kecil memberikan hasil deteksi lokasi kerusakan yang lebih akurat.
5. Indeks MSDBI yang dominan terlihat pada ragam getar arah memanjang jembatan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Jurusan Teknik Sipil Universitas Katolik Parahyangan dan PT. Midasindo atas lisensi Software Midas Civil, dan terima kasih pula

kepada Dinas PUPR Kabupaten Bandung atas data struktur jembatan.

DAFTAR PUSTAKA

- Akbar, S. J. (2020). "Studi Eksperimental Perilaku Dinamik Jembatan Prategang CONCRETE-I Girder Dengan Menggunakan Akselerometer". *Teras Jurnal*, Vol 10, No 2, September 2020.
- Arockiasamy, M. dkk (2004). "State-of-the-Art of Abutment Bridges: Design and Practice". American Society of Civil Engineers
- Clough, R. W. dan Penzien, J. (1993). "Dynamic of Structures". 2nd edition, McGraw-Hill. Singapore
- Kementerian PUPR (2016). "Pedoman Perancangan Jembatan Integral Penuh Tipe Gelagar Beton Bertulang". Jakarta
- Kementerian PUPR (2018). "Modul Pemeriksaan Detail Jembatan". Jakarta
- Kementerian PUPR (2020). "Informasi Statistik Infrastruktur PUPR 2020". data.pu.go.id, Jakarta
- Kementrian PUPR Direktorat Jendral Cipta Karya (2020). "Buku Saku Petunjuk Konstruksi Jembatan". Jakarta
- Kementrian PUPR, Balai Jembatan & Bangunan Pelengkap Jalan (2012). "Laporan Uji Pembebanan Statis dan Dinamis Jembatan Integral Sinapuel B". Puslitbang Jalan dan Jembatan. Bandung
- Kementrian PUPR, Pusat Litbang Teknologi Prasarana Transportasi (2002). "Penilaian Kondisi Jembatan Untuk Bangunan Atas Dengan Cara Uji

Getar". Depart. Permukiman Dan Prasarana Wilayah.
Jakarta

Paz, M. (1996). "Structural Dynamics", 2nd edition.
Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Pub.

PT. Midasindo Teknik Utama. 2011. Midas Civil,
Version 2022 [Software]. PT. Midasindo Teknik
Utama, Jakarta Pusat.

Rytter, A. (1993). "Vibrational Based Inspection of
Civil Engineering Structures". Dept. of Building
Technology and Structural Engineering, Aalborg
University. Fracture and Dynamics Vol. R9314 No. 44

Setiati, N. R. (2010). "Kajian Perencanaan Jembatan
Integral". Jurnal Jalan-Jembatan, Vol.27. No.2
Agustus 2010. Pusat Litbang Jalan dan Jembatan.

Yazdanpanah, O. dkk (2015). "A New Damage
Detection Indicator For Beams Based On Mode Shape
Data". Structural Engineering and Mechanics, Vol. 53,
No. 4